

## Cómo estudiantes para maestros miran de manera estructurada la enseñanza de las matemáticas al escribir narrativas

Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares

Universidad de Alicante

**Abstract.** *The aim of our study is to identify characteristics of how pre-service teachers notice teaching situations. We analyse thirty-nine narratives written by prospective teachers about events that they identified as relevant in the teaching and learning situations during their period of practices at primary schools. Results indicate that professional noticing is supported by some characteristics that focused on identifying relevant mathematical elements in the activity and using them to interpret students' understanding, and making teaching decisions considering the interpretation of the students' understanding. These two features allow us to define dependence relations between the cognitive skills of identifying, interpreting and making teaching decisions that conceptualize the notion of professional noticing. Finally, some implications for teacher education are provided.*

**Keywords:** Professional noticing, narratives, pre-service primary school teachers, teachers' competence

**Sunto.** *Lo scopo del presente studio consiste nell'identificare la modalità con la quale gli insegnanti in formazione percepiscono le situazioni d'insegnamento. Sono state analizzate trentanove narrazioni scritte da docenti in formazione, relative ad eventi da loro ritenuti rilevanti nelle situazioni di insegnamento-apprendimento della matematica, vissuti durante il loro periodo di tirocinio nella scuola primaria. I risultati indicano che il "professional noticing" è supportato da alcune caratteristiche che si focalizzano sull'identificazione di elementi matematici rilevanti nell'attività, sul loro utilizzo per l'interpretazione della comprensione degli alunni e sulla presa di decisioni in considerazione della interpretazione previa della comprensione. Queste caratteristiche ci permettono di definire relazioni di interdipendenza tra le abilità cognitive di identificazione, interpretazione e presa di decisioni, intorno alle quali si articola il concetto di "professional noticing". Infine, vengono evidenziate alcune implicazioni per la formazione dei docenti.*

**Parole chiave:** "Professional noticing", narrazioni, docenti di scuola primaria in formazione, competenza docente

**Resumen.** *El objetivo de este estudio es identificar características de cómo estudiantes para maestro miran de manera estructurada las situaciones de enseñanza. Se analizaron treinta y nueve narrativas escritas por estudiantes para maestro sobre sucesos que identificaron como relevantes en las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas durante su periodo de prácticas. Los*

*resultados indican características de cómo estudiantes para maestro miran de manera estructurada una situación de enseñanza, que se apoyan en la identificación de elementos matemáticos relevantes en la actividad y su uso para interpretar la comprensión de los estudiantes, y en la propuesta de decisiones sobre la enseñanza basada en su interpretación previa de la comprensión. Estas características nos permiten definir relaciones de dependencia entre las destrezas cognitivas de identificar, interpretar y decidir que articulan la competencia docente mirar profesionalmente. Finalmente, generamos algunas implicaciones para la formación de maestros.*

*Palabras clave:* Mirada profesional, narrativas, estudiantes para maestro de primaria, competencia docente

## **1. Introducción**

Las reformas de la enseñanza de las matemáticas inciden en la importancia de que los maestros sean capaces de considerar cómo los estudiantes están aprendiendo para fundamentar sus decisiones de enseñanza (NCTM, 2000). La realización de esta tarea se apoya en la capacidad de los maestros de ser conscientes de los aspectos de las situaciones de aula que son importantes para llegar a interpretar el aprendizaje matemático de los estudiantes. Comprender cómo se articula y desarrolla esta competencia docente se ha convertido en los últimos años en un objetivo de investigación en el ámbito de la didáctica de la matemática (Mason, 2001; Sherin, Jacobs, & Philipp, 2011). El presente trabajo se enmarca en esta línea de investigación, indagando sobre contextos que permitan a los estudiantes para maestro aprender a mirar de manera estructurada las situaciones de enseñanza.

## **2. Mirar profesionalmente y escribir narrativas**

### ***2.1. La competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes y su desarrollo***

Mason postuló que mirar profesionalmente implica “un movimiento o un cambio en la atención” (Mason, 2011, p. 45). Mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza aprendizaje de las matemáticas implica trasladarse desde la descripción de acciones del profesor a cómo los estudiantes están aprendiendo y desde realizar comentarios evaluativos a comentarios de carácter más interpretativo basados en evidencias (Bartell, Webel, Bowen, & Dyson, 2013; van Es, 2011). Para apoyar esta transición, algunos instrumentos específicos en la formación de maestros han mostrado su validez, como el análisis de video-clips en los que se muestran interacciones entre maestro y estudiantes (Coles, 2013; Schack et al, 2013; van Es & Sherin, 2002; 2008), el uso de respuestas de alumnos entendidos como artefactos de la práctica para ser analizadas por los estudiantes para maestro (Fernández, Llinares, & Valls,

2012; Sánchez-Matamoros, Fernández, & Llinares, 2015) y la creación de contextos de interacción entre los maestros cuando analizan las situaciones de enseñanza (Kazemi & Franke, 2004; Steinberg, Empson, & Carpenter, 2004), y entre los maestros y los formadores de maestros (Coles, Fernández, & Brown, 2013).

Mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes es una manera de entender cómo los maestros toman sentido de las complejidades de la clase que tiene en cuenta dónde focalizan su atención y cómo interpretan el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs, Lamb, Philipp, & Schappelle, 2011; Weiland, Hudson, & Amador, 2013). Jacobs, Lamb, & Philipp (2010) conceptualizan esta competencia mediante tres destrezas interrelacionadas: (i) describir las estrategias usadas por los estudiantes identificando los elementos matemáticos importantes, (ii) interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes en función de los elementos matemáticos usados y, (iii) decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes. Por otra parte, el desarrollo de esta competencia está siendo descrito desde perspectivas socioculturales que inciden en la manera en la que los estudiantes para maestro dotan de sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje integrando y relacionando el conocimiento vinculado a sus experiencias previas, la información proporcionada por los cursos de formación y cómo relacionan e integran estos conocimientos al generar procesos de atención consciente (identificar lo que consideran relevante), y dotarlos de sentido (interpretarlo) (Goos, 2008; Llinares, 2009; Wells, 2002).

La investigación presentada aquí aporta nuevo conocimiento en esta agenda de investigación en relación a las características de cómo los estudiantes para maestro aprenden a *mirar de manera estructurada las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*. En particular, el objetivo es identificar características del desarrollo de esta competencia docente cuando los estudiantes para maestro escriben narrativas sobre situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas durante el período de prácticas en los centros de educación primaria.

## ***2.2. El papel de las narrativas en el aprendizaje de la competencia mirar profesionalmente la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas***

Las narrativas son historias en las que el autor relata, de manera secuencial, una serie de acontecimientos que cobran sentido para él, a través de una lógica interna (Chapman, 2008; Doyle & Carter, 2003; Ponte, Segurado, & Oliveira, 2003). Escribir narrativas es un mediador de aprendizaje, capaz de “desarrollar funciones cognitivas superiores, como el análisis y la síntesis” (Emig, 1977, p. 122). Desde esta perspectiva la escritura es vista como una herramienta para

la construcción del conocimiento cuya función principal es mediar entre el recuerdo y la reflexión (Wells, 1999) ya que por su abstracción, y en comparación con el habla, obliga al escritor a actuar más intelectualmente. Para Wells esta característica implica que la escritura desarrolla “el modo abstracto y racional de pensar considerado como el punto final del desarrollo mental” (p. 278).

Por otra parte, la escritura es una herramienta para el desarrollo de la comprensión a través de la representación de la experiencia construida a partir de un punto de vista analítico (Wells, 1999) dando sentido a la propia experiencia por lo que nos permite comprender cómo los docentes organizan su trabajo y actúan en los contextos profesionales (Polkinghorne, 1988; Huchim & Reyes, 2013). Connelly y Clandinin (1990) defienden el uso de narrativas en la investigación educativa indicando que “los seres humanos somos organismos contadores de historias, organismos que, individual y socialmente, vivimos vidas relatadas. El estudio de la narrativa, por tanto, es el estudio de la forma en que los seres humanos experimentamos el mundo” (p. 2). Considerar a los estudiantes para maestro como narradores de sus propias historias en el contexto de los programas de formación de maestros (Chapman, 2008) puede ayudarles a mirar de manera cada vez más estructurada las situaciones de enseñanza dando sentido a su experiencia durante su período de prácticas. Las narrativas de los estudiantes para maestro en las que describen lo que ellos consideran relevante sobre el aprendizaje se convierten así en una herramienta para su aprendizaje. Desde esta perspectiva, las narrativas se conciben como medios que permiten a los estudiantes para maestro crear esquemas explicativos mediante el análisis de las situaciones de enseñanza y su reflexión sobre dichas situaciones (Schultz & Ravitch, 2013).

En esta investigación analizamos la relación entre escribir narrativas durante el período de prácticas y el desarrollo de una mirada estructurada sobre la enseñanza. Nos planteamos las siguientes preguntas:

- ¿Cómo estudiantes para maestro identifican e interpretan las situaciones de enseñanza-aprendizaje?
- ¿De qué manera los estudiantes para maestro apoyan sus propuestas de acción en su interpretación del pensamiento matemático de los estudiantes?

### **3. Método**

#### **3.1. Participantes y contexto**

Los participantes fueron 39 estudiantes para maestro durante el período de prácticas (practicum) en los centros de educación primaria. Este período de prácticas tiene una duración de 8 semanas durante su cuarto año en el programa de formación inicial de maestros (el programa tiene una duración de

8 semestres). Antes de este periodo de prácticas los estudiantes habían cursado tres asignaturas centradas en las matemáticas de la educación primaria (aritmética, geometría y tratamiento de datos) y un curso de didáctica de las matemáticas (aspectos relativos a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria), además de realizar en los cursos anteriores otros dos periodos de prácticas centrados en el conocimiento sobre el funcionamiento de los centros escolares (aspectos organizativos y de gestión) y otros aspectos generales (organización escolar y aspectos psicológicos). La primera parte del periodo de prácticas del último curso de formación (dos semanas) consiste en la observación de los procesos de enseñanza-aprendizaje con foco específico en las diferentes materias curriculares, y en la segunda parte, los estudiantes para maestro deben planificar e implementar una unidad didáctica en la clase donde han estado haciendo la observación. Durante la primera parte de este último periodo de prácticas, se pidió a los estudiantes para maestro que escribieran una narrativa describiendo sucesos del aula que consideraban potencialmente relevantes para explicar el aprendizaje matemático de los estudiantes que podía estar generándose en el aula.

### 3.2. *Narrativas*

La narrativa consistía en la descripción e interpretación de una situación de enseñanza-aprendizaje. Para facilitar la estructuración de la información, se proporcionaron a los estudiantes para maestro unas preguntas guía considerando las tres destrezas que conceptualizan la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje: describir, interpretar y decidir:

- **Describe la situación**

**la tarea/actividad.** Por ejemplo, puedes indicar los contenidos específicos, materiales, uso de las TIC,...

**qué hacen los alumnos.** Por ejemplo, puedes indicar respuestas de los alumnos a la tarea propuesta, dificultades,...

**qué hace el maestro.** Por ejemplo, puedes indicar como gestiona la actividad en el aula (agrupación de los alumnos, interacciones...) o si ante las respuestas de los alumnos (o dificultades), propone otras tareas, insiste en algún aspecto de la actividad,...

- **Interpreta la situación**

Indica **qué objetivos** del área de matemáticas parece que justifican lo que ves explicitando qué aspectos de la situación te hacen pensar que se están desarrollando dichos objetivos.

Indica, a través de las respuestas de los estudiantes, **evidencias que muestren la manera en que se están consiguiendo los objetivos propuestos.** Es decir, evidencias que muestren cómo los estudiantes están logrando la comprensión de los conceptos matemáticos.

Indica si se **desarrollan otras competencias básicas**. Muestra evidencias del desarrollo de dichas competencias.

- **Completa la situación**

Intenta **complementar la situación descrita para potenciar el desarrollo de la competencia matemática** identificada o algún otro aspecto de la competencia que no se haya contemplado inicialmente.

La interpretación generada por los estudiantes para maestro podía fundamentarse en los conocimientos de matemáticas y didáctica de la matemática del programa de formación. Tanto la información proporcionada por los cursos de formación como su experiencia previa como aprendices de matemáticas se consideran referentes para identificar el aspecto que consideran relevante en una situación de enseñanza-aprendizaje y destacar evidencias de la comprensión matemática de los estudiantes. La narrativa debía terminar con una propuesta de actividades para seguir la lección observada.

### 3.3. Análisis

En el análisis de las narrativas escritas por los estudiantes para maestro consideramos como unidad de análisis frases y párrafos que expresaran una idea. Desde una muestra de narrativas, tres investigadores individualmente identificaron unidades de análisis en tres dominios: cómo describían, cómo interpretaban y qué decisiones de acción tomaban. Las categorías inicialmente generadas para cada uno de estos dominios fueron discutidas y consensuadas para generar criterios de análisis para el resto de las narrativas. En este proceso de análisis inductivo consideramos (Tabla 1):

- Si para describir las respuestas de los estudiantes, los estudiantes para maestro usaban los elementos matemáticos relevantes para la tarea.
- Si relacionaban los elementos matemáticos específicos de la situación con la comprensión de los estudiantes al interpretar su aprendizaje.
- Si consideraban la comprensión conjeturada de los estudiantes para justificar las actividades propuestas.

Tabla 1  
Ejemplo de unidad de análisis

Extracto de Narrativa (unidad de análisis)	Análisis
<p><i>Los estudiantes estaban representando una serie de número en el ábaco:</i></p> <p><i>a. Algunos alumnos representaron el 16 como el 13 y el 14 como el 15.</i></p> <p><i>b. Varios alumnos no representaron el 10.</i></p> <p><i>c. Algunos alumnos escribieron algún número al revés como el 5 y el 7.</i></p> <p><i>Los alumnos del apartado a) cometieron errores en el conteo de las unidades (es decir, cuando recitaban la secuencia numérica para contar las unidades)</i></p> <p><i>Los alumnos del apartado b) tuvieron dificultades en la «agrupación» de 10 unidades formando 1 decena «y no hay ninguna unidad».</i></p> <p><i>Los alumnos del apartado c) tuvieron dificultades en la representación del número</i></p>	<p>El estudiante para maestro identifica elementos matemáticos relevantes para la situación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• secuencia numérica</li> <li>• escritura del número, valor de posición</li> <li>• idea de agrupamiento.</li> </ul> <p>Identifica las dificultades de los estudiantes y las relaciona con los elementos matemáticos relevantes en la actividad.</p> <p>Infiere la comprensión de los estudiantes de los elementos matemáticos relevantes en la comprensión del Sistema de Numeración Decimal (idea de agrupamiento y de valor de posición).</p>

## 4. Resultados

El análisis realizado nos permitió identificar tres características de cómo los estudiantes describían e interpretaban las situaciones de enseñanza-aprendizaje:

- la no identificación de los elementos matemáticos relevantes en la situación,
- la identificación de los elementos matemáticos relevantes y su uso para interpretar la comprensión de los estudiantes,
- el uso de la relación entre los elementos matemáticos relevantes y la interpretación de la comprensión para justificar la propuesta de acciones de enseñanza.

### 4.1. La no identificación de los elementos matemáticos relevantes

Dieciocho estudiantes para maestro, de los 39 que participaron en el estudio escribieron una narrativa en la que solo aportaban comentarios descriptivos de la situación de enseñanza-aprendizaje con alguna perspectiva evaluativa. Por ejemplo, en la siguiente narrativa el estudiante para maestro comienza

describiendo el contexto de aula, indicando el contenido matemático y una interacción:

*La siguiente actividad se realizó en 2° curso de Educación Primaria en una clase de 21 alumnos. La tarea que he observado trata sobre la resta llevando [...] En primer lugar, la maestra pone un ejemplo en la pizarra de una resta llevando para ayudar a los alumnos a entenderla mejor. Después, reparte la ficha y hacen las dos primeras restas todos juntos. Para hacer esto, la maestra elige una alumna para salir a hacer la siguiente resta en la pizarra 23-14:*

- (1) Maestra: *Yo a 3 melones puedo quitarle 4?*
- (2) Alumna: *No.*
- (3) Maestra: *Entonces...*
- (4) Alumna: *Le pido una decena al 2.*
- (5) Maestra: *Como por ejemplo ya puedo...*  
*(Cuentan todos juntos: 5, 6, 8... hasta llegar al 13)*
- (6) Alumna: *De 4 a 13, 9.*
- (7) Maestra: *Ahora ya estamos en las decenas, pero tienes que devolverme la decena que te he dado.*
- (8) Alumna: *Ahora de 2 a 2, 0.*

El estudiante para maestro no menciona el algoritmo que está introduciendo la maestra ni los elementos matemáticos que lo definen, y simplemente describe lo que observa. En este caso la maestra está introduciendo un algoritmo que se apoya en la propiedad  $(a - b) = (a + k) - (b + k)$  en el caso particular de sumar 10 unidades al minuendo y una decena al sustraendo. Sin embargo, el hecho de que la alumna indique “*Le pido una decena al 2*” (interacción 4) indica que está intentando usar la idea de desagrupar una de las decenas. El estudiante para maestro no menciona ninguno de los dos elementos matemáticos que parecen estar presentes en las interacciones de la maestra y la alumna (introducción del algoritmo mediante la propiedad  $(a - b) = (a + k) - (b + k)$  y la idea de desagrupar la decena), y por tanto no hay evidencias de que reconozca la incoherencia generada en el aula en esos momentos entre el discurso y los elementos matemáticos que pretenden ser usados.

El estudiante para maestro describe las dificultades que esta forma de proceder ha generado pero sin relacionarlas con los elementos matemáticos del procedimiento introducido por la maestra, ni identificando la falta de coherencia entre lo que pretende ser usado por el alumno y la maestra. En este caso el estudiante para maestro solo realiza comentarios evaluativos sin indicar las evidencias ni proporcionando alguna justificación:

*La mayoría de los alumnos cuando están haciendo las restas en la pizarra lo comprenden, pero a la hora de hacer la actividad solos, les cuesta algo más. Algunos de ellos suman, tienen dificultades con el nuevo modo de realizar las restas o no recuerdan cuánto vale el puntito que le ponen a la decena del número de abajo. Para resolver estas dificultades la maestra los ayuda con preguntas y volviendo a explicarles cómo se hacen...*



Para finalizar, este estudiante para maestro aporta, como decisión de acción, una propuesta genérica centrada en el uso de los bloques multibase para explicar el algoritmo de la resta apoyado en la idea de desagrupar las decenas, pero sin relacionarla con la naturaleza de la interacción ni justificar cómo lo haría.

*No completaría la sesión con otras actividades, sino que daría la explicación de las restas llevando de otra manera: utilizando los bloques multibase, que es como lo he aprendido con la asignatura de Didáctica de las Matemáticas.*

La propuesta busca introducir una alternativa en la situación de aula apoyada en el uso de los bloques multibase y justificada por la identificación de las dificultades de los niños. Sin embargo, el estudiante para maestro no justifica su decisión y solo busca crear una situación diferente sin considerar los elementos matemáticos que pueden estar presentes en la situación y sin ser consciente de que la falta de relación entre los elementos es lo que justificaría las dificultades observadas en los estudiantes.

Este tipo de narrativas indican que la identificación de los elementos matemáticos en una situación de aprendizaje (la discrepancia entre el uso de dos algoritmos diferentes para realizar la resta y las propiedades sobre las que se apoyan cada uno de ellos) es necesaria para generar información sobre el aprendizaje matemático. La falta de estas referencias impide mirar de manera estructurada las situaciones de enseñanza y poder llegar a ser consciente de lo que articula la situación observada.

#### ***4.2. La identificación de los elementos matemáticos relevantes en la situación y su uso para interpretar la comprensión de los estudiantes***

Diez estudiantes para maestro, después de describir una situación de enseñanza-aprendizaje identificaron los elementos matemáticos relevantes para interpretar la comprensión matemática de los estudiantes. De esta manera, el uso de los elementos matemáticos les permitió articular su mirada de la situación permitiéndoles generar una interpretación de lo que estaba sucediendo desde el punto de vista del aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, estos estudiantes para maestro propusieron decisiones de acción poco específicas y poco relacionadas con la comprensión de los estudiantes. Por ejemplo, un estudiante para maestro escribió una narrativa en la que describe el contexto (25 alumnos de cuarto curso de educación primaria) y el problema que se estaba resolviendo. En el problema que centra la narrativa, los alumnos tenían que interpretar una tabla de datos (clasificación de los equipos en la liga de fútbol) y responder a algunas preguntas que requerían hacer comparaciones y realizar algunas operaciones (Figura 1).

Este problema implica la comprensión de la representación de datos en una tabla y requería una lectura del gráfico para comparar, interpretar e integrar

datos desde la tabla centrándose en el desarrollo de la *transnumeración* que consiste en producir nueva información no disponible en los datos con un cambio de representación (rellenar los datos que faltan en la fila de uno de los equipos para mostrar que comprenden la forma en la que están organizados los datos en la tabla, cuestión 4 en la tarea) (Gal, 2002).

<p>La tabla muestra los resultados de la liga de fútbol del colegio. Recuerda que un partido se puede ganar (PG = 3 puntos), empatar (PE = 1 punto) perder (PP = 0 puntos)</p> <p>1. ¿Cuántos partidos jugó cada equipo? a) 4 b) 8 c) 12 d) 13</p> <p>2. ¿Cuántos puntos ganó el equipo de las Águilas? a) 4 b) 8 c) 14 d) 25</p> <p>3. ¿Cuántos partidos empataron los Loros? a) 0 b) 1 c) 2 d) 3</p> <p>4. Si el equipo de los Delfines solo perdió un partido. ¿cuántos partidos ganó? a) 1 b) 2 c) 3 d) 4</p> <p>5. ¿Qué equipo ganó el campeonato? a) Delfines b) Águilas c) Murciélagos d) Loros</p>		<b>PG</b>	<b>PE</b>	<b>PP</b>	<b>Puntos</b>
	<b>Lobos</b>	2	2	4	8
	<b>Águilas</b>	4	2	2	
	<b>Murciélagos</b>	2	4	2	
	<b>Loros</b>	3			12
	<b>Delfines</b>				13

Figura 1. Problema utilizado en el aula descrito en la narrativa del estudiante para maestro.

A continuación este estudiante para maestro describió una interacción entre el maestro y algunos estudiantes que respondían de manera incorrecta a la cuestión cuatro (“Si el equipo de los Delfines solo perdió un partido. ¿Cuántos partidos ganó?”).

Estudiante 1: *El equipo de los Delfines ganó seis partidos.*

Estudiante 2: *Han ganado cuatro partidos y han empatado 1.*

*El maestro, volvió a leer el problema e intentó utilizando las manos o con representaciones gráficas que entendiesen el problema. [...]*

*Las respuestas aportadas por estos estudiantes no estaban fundamentadas en una descomposición del número 13 como n° de partidos ganados por 3 puntos más número de partidos empatados (cada partido empatados es 1). En el caso del primer alumno esta respuesta errónea puede tener su origen en una interpretación inapropiada de los datos aportados por el propio problema, ya que, en primer lugar no se trata de una de las respuestas propuestas en el enunciado (1, 2, 3 o 4 partidos) y en segundo lugar, si este alumno hubiese establecido las relaciones apropiadas entre los datos aportados se habría dado cuenta de que, con los datos aportados por el enunciado, si los Delfines ganaron en total 13 puntos, su respuesta de seis partidos ganados no tenía sentido ( $6 PG \times 3 \text{ puntos} = 18 \text{ puntos}$ ).*

*En cuanto a la respuesta del segundo estudiante denota un problema similar, este alumno presenta dificultades en la interpretación de los datos ya que no tiene en cuenta el total de partidos jugados (8) y la incidencia de este dato en la respuesta correcta. Si han jugado 8 partidos y solo han perdido 1 el resto de partidos debe formar parte de su respuesta, por el contrario este alumno centra su atención en la obtención del resultado de puntos ( $4 PG \times 3 \text{ puntos} = 12 \text{ puntos más } 1 PE \times 1 \text{ punto} = 1 \text{ punto}$ ;  $12 \text{ puntos} + 1 \text{ punto} = 13 \text{ puntos}$ ).*

La identificación de las dificultades se acompañó de una explicación de las posibles causas como que la *lectura de los datos* de la tabla debe hacerse correctamente como punto de apoyo para llegar a *leer dentro de los datos* (interpretar e integrar los datos de la tabla comparando y relacionando las cantidades). La interacción describe las dificultades que tienen algunos niños para comprender la manera en la que están organizados los datos de la tabla (y lo que estos indican) y por tanto, para completar algunas partes de la tabla produciendo nueva información no disponible en los datos con un cambio de representación. La identificación de la *transnumeración* como un elemento matemático relevante en esta situación permite al estudiante para maestro apoyar su interpretación de las dificultades de los niños. En este caso, la dificultad se presenta cuando los niños deben usar la relación de que el total de puntos (Puntos) procede de considerar la relación posible  $PG \times 3 + PE \times 1$ , con la condición de que el número total de partidos jugados es 8. El estudiante para maestro identifica y usa el elemento matemático relevante en esta situación (la idea de *transnumeración* puesta de manifiesto en las dos relaciones,  $PG \times 3 + PE \times 1 + PP \times 0 = 13$ , y  $PG + PE + PP = 8$ ) para interpretar las posibles causas del error del primer niño y la manera en la que podría obtener más información de lo que dice el segundo niño al interpretar que no está proporcionando toda la información generada por la relación  $PG + PE + PP = 8$ .

El reconocimiento de elementos matemáticos relevantes en la actividad se vincula a la comprensión de los gráficos y tablas, *leer los datos* y *leer dentro de los datos* y a cómo generar nueva información a partir de lo aportado por la tabla. La relación de estos elementos matemáticos con la comprensión pone de

manifiesto la posibilidad de reconocer dos aspectos de la competencia matemática relativa a la comprensión de las tablas: (a) interpretar y evaluar de manera crítica información basada estadísticamente desde un amplio rango de fuentes, y (b) formular y comunicar una opinión razonada a partir de esta información (Gal, 2002). Por otra parte, la capacidad de *leer dentro de los datos* como un elemento matemático relevante en la comprensión de tablas y gráficos se relaciona con la idea de descomposición de un número, es decir  $13 = (3 \times 3) + (4 \times 1)$ , y la importancia de la interpretación de los datos de un problema en la resolución de problemas (el papel del número “8” como un dato importante generado tras la interpretación de la manera en la que estaba organizada la tabla). La identificación de los elementos matemáticos relevantes en la actividad y su uso para interpretar las causas de las dificultades de los niños evidencian rasgos de una mirada estructurada de las situaciones de enseñanza. Estos rasgos permiten definir un grado de desarrollo articulado a través de la relación entre la identificación de los elementos matemáticos relevantes en la situación y su uso para dotar de sentido a las interacciones de los alumnos.

Sin embargo, aunque los estudiantes para maestro en este grupo eran capaces de usar los elementos matemáticos para interpretar las dificultades identificadas en las interacciones de los estudiantes, no eran capaces de definir con claridad decisiones instruccionales basadas en el reconocimiento de esta comprensión. Así, este estudiante para maestro en la parte final de su narrativa aporta recomendaciones generales de cómo plantearía la misma actividad, sin definir los objetivos de aprendizaje vinculados a la comprensión de los elementos matemáticos relevantes previamente identificados:

(...) considero que sería mejor trabajar este tipo de actividades de manera individual que trabajando con toda la clase y añadiendo algunas normas que permitan a todos los alumnos pensar.

#### ***4.3. Propuesta de acciones de enseñanza apoyadas en la relación entre los elementos matemáticos relevantes y la interpretación de la comprensión***

Once estudiantes para maestro describieron en sus narrativas situaciones de enseñanza-aprendizaje identificando los elementos matemáticos importantes, interpretando la comprensión de los estudiantes en función de dichos elementos matemáticos, proponiendo decisiones de acción específicas centradas en estos elementos matemáticos y justificándolas.

Por ejemplo, en la siguiente narrativa un estudiante para maestro describe una situación en segundo curso de Educación Primaria (niños de 7-8 años):

*La maestra escribió en la pizarra lo siguiente:*

*2 kilos \_\_\_\_\_ 4 medios kilos*

2 kilos \_\_\_\_\_ 5 medios kilos

3 kilos \_\_\_\_\_ 6 medios kilos

1 kilo \_\_\_\_\_ medio kilo y dos cuartos de kilo.

*Después la maestra preguntó a sus alumnos si pensaban que la primera parte de las sentencias eran iguales a la segunda parte. Para las dos primeras sentencias no hubo dificultades pero en la tercera y la cuarta se creó un pequeño debate porque algunos estudiantes pensaban que eran verdaderas y otros que eran falsas.*

*Los alumnos que pensaban que las dos últimas no eran verdaderas no consideraron la relación entre la unidad de medida quilogramo y los conceptos de mitad (medio) y cuarto de kilo.*

Este estudiante para maestro interpreta las dificultades que tienen los estudiantes en relación a la comprensión de los conceptos de unidades de medida y de las fracciones y sus relaciones. En la última equivalencia juega un papel importante la relación entre el medio kilo y el cuarto de kilo. En la parte final de su narrativa, este estudiante para maestro propone el uso de material estructurado con una actividad concreta y contextualizada como actividad de ampliación y sugiere que esta actividad apoyaría el desarrollo inicial de la comprensión de los estudiantes del concepto de fracción y en particular el uso de fracciones unitarias ( $1/a$ ) como fracciones a partir de las cuales construir la unidad de referencia en el contexto de unidades de medida estándar:

*Sería conveniente crear en el aula situaciones de la vida diaria que habitualmente vivan nuestros alumnos. Se podrían utilizar las balanzas que dispone el centro para, utilizando por ejemplo paquetes de arroz, realizar diferentes pesadas partiendo de la unidad y establecer la equivalencia con sus consiguientes subdivisiones. Por ejemplo pesar dos kilos de arroz y pedirles que establezcan la equivalencia en medios kilos y cuartos de kilo en el otro lado de la balanza. Este hecho les permitiría experimentar en contextos reales la equivalencia entre el kilo, el medio kilo y el cuarto de kilo. Además, esta actividad nos permite empezar a dotar de significado el concepto de parte-todo de fracciones.*

El estudiante para maestro describe la situación, y luego piensa sobre ella desde el punto de vista del aprendizaje de las matemáticas. Para ello define objetivos de aprendizaje vinculados a los elementos matemáticos que ha identificado como relevantes en la situación (uso de fracciones unitarias en el contexto de equivalencia de medidas estándar de peso) y plantea nuevas situaciones de aula focalizadas en apoyar la comprensión de las relaciones entre las medidas ( $1/2$  kilo = 2 veces  $1/4$  de kilo).

Los estudiantes para maestro hacen uso de los elementos matemáticos clave para describir la situación e interpretar la comprensión de los estudiantes puesta de manifiesto por la manera de resolver las actividades y apoyan sus propuestas de enseñanza en estas interpretaciones.

## 5. Discusión y conclusiones

El objetivo de esta investigación es identificar características de cómo los estudiantes para maestro miran de manera estructurada las situaciones de enseñanza. El análisis de las narrativas ha puesto de manifiesto la dificultad que experimentan algunos estudiantes para maestro para mirar de manera estructurada una situación de enseñanza. Los resultados indican que esta competencia implica llegar a establecer relaciones entre (i) identificar los elementos matemáticos relevantes en la actividad planteada, (ii) usarlos para interpretar la comprensión de los estudiantes, y (iii) justificar las decisiones sobre la enseñanza apoyadas en la relación anterior. Por tanto, la manera en la que los estudiantes para maestro establecían estas relaciones cuando escribían las narrativas, nos aportan información sobre la relación entre las diferentes destrezas cognitivas de identificar, interpretar y generar propuestas de acción que articulan el desarrollo de una *mirada estructurada* sobre la enseñanza. Para desarrollar lo que significan estas relaciones en la caracterización de una mirada estructurada en la formación de maestros, nos centramos en el papel dado al hecho de escribir narrativas. Este instrumento tiene la capacidad de poner de manifiesto el grado de desarrollo de la competencia docente logrado durante la formación inicial y nos muestra los aspectos que deben integrarse en el desarrollo de esta competencia (descriptores). Finalmente, generamos algunas implicaciones para la formación de maestros centradas en el desarrollo de esta competencia docente.

### 5.1. *La interdependencia de las destrezas de interpretar, y decidir propuestas de acción en relación a la identificación de los elementos matemáticos relevantes*

Los resultados obtenidos muestran que las narrativas parecen ser un instrumento que permite mostrar el grado de desarrollo de lo que significa mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. En particular, han permitido mostrar la existencia de tres grupos de estudiantes para maestro que reflejan diferentes características que nos ayudan a definir grados de desarrollo de esta competencia.

De los 39 estudiantes para maestro, 21 identificaron los elementos matemáticos relevantes de la situación de enseñanza-aprendizaje e interpretaron la comprensión de los estudiantes usando dichos elementos y aportando evidencias. Sin embargo, solo 11 estudiantes para maestro que habían interpretado la comprensión de los estudiantes, propusieron decisiones de acción específicas centradas en la comprensión de los elementos matemáticos relevantes de la situación. Estos datos indican la manera en la que se integran las diferentes destrezas que componen la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. En particular, la destreza de proponer decisiones de acción resulta de mayor dificultad para los estudiantes para maestro. Por otro lado, hubo estudiantes

para maestro que solo aportaron descripciones de los sucesos del aula sin identificar evidencias de la comprensión de los estudiantes. Estos resultados, se alinean con los obtenidos en otras investigaciones en el sentido de que la competencia docente *mirar profesionalmente* se apoya inicialmente en *ser capaz de usar* el conocimiento de matemáticas y de didáctica de las matemáticas, para describir e interpretar el aprendizaje y justificar las decisiones de acción. Ello implica una dependencia entre la identificación de los elementos matemáticos relevantes en la situación y el uso de dichos elementos para describir el aprendizaje de los estudiantes y por tanto interpretar lo que pueden estar comprendiendo (Coles et al., 2013; Fernández et al., 2012; Schack et al., 2013).

Nuestros resultados indican que existen tres aspectos que deben integrarse en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En primer lugar, el ser capaz de reconocer e identificar los elementos matemáticos característicos de la situación de aprendizaje. Es decir, los elementos matemáticos que deben ser considerados en la progresión del aprendizaje conceptual en los estudiantes. La falta de estos puntos de apoyo parece impedir la generación de una mirada estructurada sobre el aprendizaje y favorece la propuesta de comentarios generales y poco relevantes para apoyar la progresión del aprendizaje conceptual de los estudiantes. En segundo lugar, la manera en la que se deben usar los elementos matemáticos característicos de la situación para determinar los niveles de progresión en el aprendizaje conceptual de los estudiantes. Es decir, la manera en la que se puede interpretar el nivel de comprensión de los estudiantes al considerar cómo utilizan los elementos matemáticos para resolver las actividades propuestas por el maestro. En los casos descritos se refiere a la manera en la que las dificultades evidenciadas por los estudiantes para maestro eran relacionadas con la falta de comprensión de los elementos matemáticos que caracterizaban la actividad propuesta en la lección.

Finalmente, hemos identificado el papel relevante que desempeñan la manera en la que se justifican las decisiones de enseñanza para potenciar la progresión en el aprendizaje. El hecho de que los estudiantes para maestro identifiquen los elementos matemáticos e interpreten la comprensión de los estudiantes en relación a los conceptos implicados, no siempre les lleva a proponer decisiones dirigidas a apoyar la progresión en el aprendizaje del estudiante. En este sentido, la destreza de proponer decisiones de acción para la enseñanza y justificarlas desde la interpretación de la comprensión generada a partir de la relación entre los elementos matemáticos y las respuestas de los estudiantes, indica un nivel alto de desarrollo de la competencia docente *mirar profesionalmente* las situaciones de enseñanza. Es decir, las destrezas identificar e interpretar parecen estar relacionadas y permiten considerar dicha relación como un descriptor del nivel de desarrollo de esta competencia. Por otra parte, cuando las decisiones de acción que ayudan a progresar están

justificadas por la relación que se establece entre la identificación de los elementos matemáticos y la interpretación de la comprensión, entonces podemos considerar esta justificación como un descriptor de un nivel alto de desarrollo de la competencia docente *mirar profesionalmente*.

## 5.2. Implicaciones para la formación de maestros

Nuestra investigación muestra que las narrativas pueden ser un recurso adecuado y una alternativa a la hora de fijar la atención en cómo los estudiantes para maestro miran de manera estructurada las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El hecho de que algunos estudiantes para maestro no consiguieran realizar más que comentarios descriptivos, nos invita a reflexionar sobre la manera en que los estudiantes para maestro parecen ignorar la atención dirigida hacia un aspecto particular de las situaciones de enseñanza-aprendizaje (Mason, 1998). Este hecho genera una cuestión vinculada al papel que puede desempeñar la escritura de diferentes narrativas con retroalimentación por parte de los tutores en el desarrollo de una mirada estructurada. Compartir las narrativas con otros estudiantes para profesor creando grupos de reflexión conjunta y recibiendo comentarios e interacciones por parte del tutor, tanto de manera presencial como utilizando foros virtuales, (Fernández et al., 2012) podría ayudar a los estudiantes para maestro a pasar de niveles bajos de desarrollo de esta competencia a niveles más altos. Sin embargo, somos conscientes de que no puede esperarse de este tipo de experiencias cambios inmediatos, pero sin duda pueden ser un paso más para apoyar el aprendizaje de los estudiantes para maestro (Little, 1993 en Van Es & Sherin, 2008), y en particular, para apoyar el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje.

## Reconocimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo del Proyecto EDU2014-54526-R del Ministerio de Economía y Competitividad, España; y del proyecto para grupos de investigación emergentes GV/2014/075 de la Conselleria de Educación, Cultura y Deporte de la Generalitat Valenciana.

## Referencias

- Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B., & Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: Recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 57–79.
- Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. En D. Tirosh & T.



- Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (vol 2, pp. 15–38). Taiwan/Rotterdam: Sense Publishers.
- Coles, A. (2013). Using video for professional development: The role of the discussion facilitator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(3), 165–184.
- Coles, A., Fernández, C., & Brown, L. (2013). Teacher noticing and growth indicators for mathematics teachers development. En A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education*, (vol. 2, pp. 209–216). Kiel, Germany: PME.
- Connelly, F. M., & Clandinin, D. J. (1990). Stories of experience and narrative inquiry. *Educational Researcher*, 19(5), 2–14.
- Doyle, W., & Carter, K. (2003). Narrative and learning to teach: Implications for teacher-education curriculum. *Journal of Curriculum Studies*, 35(2), 129–137.
- Emig, J. (1977). Writing as a mode of learning. *College composition and communication*, 28(2), 122–128.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44(6), 747–759.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1–25.
- Goos, M. (2008). Sociocultural perspectives on the learning and development of mathematics teachers and teacher-educator-researchers. *ICME 11*, Regular Lecture, Monterrey, Mexico, 291–306.
- Huchim, D., & Reyes, R. (2013). La investigación biográfico-narrativo, una alternativa para el estudio de los docentes. *Actualidades Investigativas en Educación*, 13(3), 1–27.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. C., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202.
- Jacobs, V., Lamb, L., Philipp, R., & Schappelle, B. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. En M. G. Sherin, V. Jacobs, & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing* (pp. 97–116). New York: Routledge.
- Kazemi, E., & Franke, M. L. (2004). Teacher learning in mathematics: Using student work to promote collective inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(3), 203–235.
- Llinares, S. (2009). Learning to “notice” the mathematics teaching. Adopting a socio-cultural perspective on student teachers' learning. En Gomes, A. (Ed.). *EME2008 Elementary mathematics education* (pp. 31–44). Braga, Portugal: Barbosa y Xavier, Ltda.
- Mason, J. (1998). Enabling teachers to be real teachers: Necessary levels of awareness and structure of attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(3), 243–267.
- Mason, J. (2001). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London:

Routledge.

- Mason, J. (2011). Noticing: Roots and branches. En M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing through Teachers' eyes* (pp. 35–50). New York: Routledge.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Polkinghorne, D. E. (1988). *Narrative knowing and the human sciences*. Suny Press.
- Ponte, J. P., Segurado, I., & Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work of mathematical investigations? En A. Peter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg (Eds.), *Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education* (pp. 85–97). Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Sanchez-Matamoros, G. Fernández, C., & Llinares, S. (2015). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(6), 1305–1329.
- Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J. N., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379–397.
- Schultz, K., & Ravitch, S. (2013). Narratives of learning to teach: Taking on professional identities. *Journal of Teacher Education*, 64(1), 35–46.
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Eds.) (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 35–50). New York: Routledge.
- Steinberg, R. M., Empson, S. B., & Carpenter, T. P. (2004). Inquiry into children's mathematical thinking as a means to teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(3), 237–267.
- van Es, E. (2011). A framework for learning to notice student thinking. En M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 134–151). New York: Routledge.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571–596.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276.
- Weiland, I. S., Hudson, R. A., & Amador, J. M. (2014). Preservice formative assessment interviews: The development of competent questioning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(2), 329–352.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a socio-cultural practice and theory of education*. Cambridge University Press.
- Wells, G. (2002). Learning and teaching for understanding: The key role of collaborative knowledge building. *Advances in research on teaching*, 9, 1–42.